

Probleme propuse * Setul 4

31. (combinatorică) Fie $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = C_{3x+7}^{6x+2}$, unde D este domeniul maxim de definiție. Fie $M = \max_{x \in D} f(x)$. Atunci

a) $M = 21$; b) $M = 84$; c) $M = 45$; d) $M = 72$; e) $M = 210$; f) $M = 60$.

32. (combinatorică) Dacă $A_x^7 + 3A_x^5 = 45A_x^5$, atunci

a) $x = 8$; b) $x = 7$; c) $x = 12$; d) $x \in \{-1, 12\}$; e) $x = 13$; f) $x = 0$.

33. (combinatorică) Se consideră suma $S = \frac{C_n^0}{1} + \frac{C_n^1}{2} + \frac{C_n^2}{3} + \dots + \frac{C_n^n}{n+1}$. Avem

a) $S = 2^{n+1}$; b) $S = \frac{2^n - 1}{n}$; c) $S = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$; d) $S = \frac{2^n - 1}{n+1}$; e) $S = \frac{2^{n+1} - 1}{n}$; f) $n \cdot 2^{n+1}$.

34. (șiruri) Limita x a șirului $x_n = \frac{1^2}{n^3 + 1^2} + \frac{2^2}{n^3 + 2^2} + \dots + \frac{n^2}{n^3 + n^2}$ este

a) $x = 2$; b) $x = \frac{1}{2}$; c) $x = \frac{1}{3}$; d) $x = 0$; e) $x = e$; f) $x = \infty$.

35. (limite de funcții) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\pi - 2 \operatorname{arctg} x)$.

a) 1; b) 3; c) π ; d) 2; e) $\frac{1}{\pi}$; f) $-\pi$.

36. (limite de funcții) Să se determine numărul real c pentru care funcția $f : (0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2cx \ln(ex) + c^2}, & x \in (0, 1) \\ c + 3x, & x \in [1, 2] \end{cases}$$

are limită în $x = 1$.

a) 3; b) -1 ; c) 1 și 2; d) $\frac{1}{3}$; e) $\frac{1}{2}$; f) radicalul nu este definit pe $(0, 1)$.

37. (continuitate) Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x & \text{dacă } x \in \mathbb{Q} \\ x^2 - 2 & \text{dacă } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$. Determinați mulțimea punctelor în care funcția f este continuă.

a) $\{-\sqrt{2}, 0\}$; b) $\{-\sqrt{3}, 1, \sqrt{3}\}$; c) $\{0, \sqrt{2}\}$; d) $\{0, 1, \sqrt{2}\}$; e) $\{-\sqrt{2}, 0, 1, \sqrt{2}\}$; f) $\{-\sqrt{2}, 1, \sqrt{2}\}$.

38. (funcții trigonometrice) Fie $E = \sin 15^\circ + \sin 75^\circ + \cos 105^\circ + \cos 165^\circ$. Atunci

a) $E = \frac{\sqrt{6}}{2}$; b) $E = \sqrt{6}$; c) $E = 2\sqrt{6}$; d) $E = 0$; e) $E = 4\sqrt{6}$; f) $E = 2$.

39. (ecuații trigonometrice) Mulțimea soluțiilor ecuației $\frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x - \operatorname{ctg}^2 x} = \operatorname{tg}^6 x$ este

a) $\{\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$; b) $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$; c) $\emptyset$; d) $\mathbb{R}$; e) $\mathbb{R} \setminus \{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$; f) $\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$.

40. (aplicațiile trigonometriei în algebră) Suma $S = \cos x + C_n^1 \cos 2x + C_n^2 \cos 3x + \dots + C_n^n \cos(n+1)x$ este dată de

a) $S = 2^n \cos^n \frac{x}{2} \cos \frac{n+2}{2}x$; b) $S = 2^n \sin^n \frac{x}{2} \cos \frac{n+2}{2}x$; c) $S = 2^n \sin^n \frac{x}{2} \cos \frac{n+2}{2}x$; d) $S = 2^n \cos^n \frac{x}{2} \cos \frac{nx}{2}$; e) $S = 2^n \cos^n \frac{x}{2} \sin \frac{nx}{2}$; f) afirmațiile precedente sunt false.