EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2011
Proba E. c)
Probă scrisă la MATEMATICĂ **MODEL**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică.

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left\|1-i\sqrt{3}\right\|=\sqrt{1+\left(-\sqrt{3}\right)^2}=$	**3p**
	$=\sqrt{4}=2$	**2p**
2.	$x^2+x+1-y=0$	**1p**
	$\Delta=4y-3\geq 0$	**2p**
	$\mathrm{Im}_f=\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$	**2p**
3.	$b_1=\frac{3}{2}$	**1p**
	$q^2=4$	**2p**
	$b_7=96$	**2p**
4.	$\log_a x=\log_a 9-\log_a 8$	**2p**
	$\log_a x=\log_a \frac{9}{8}\Rightarrow x=\frac{9}{8}$	**3p**
5.	$m_d=-\frac{1}{2}\Rightarrow m_{d'}=2$ unde $d\perp d'$	**2p**
	Ecuația dreptei d' este $y=2x-4$	**3p**
6.	$\cos^2 x=1-\sin^2 x=\frac{1}{9}$	**2p**
	$\cos x=\pm\frac{1}{3}$	**1p**
	$x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)\Rightarrow \cos x=-\frac{1}{3}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(2)-A(0)=\begin{pmatrix}0 & -4 & 16\\ 0 & 0 & -8\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$	**2p**
	$\left(A(2)-A(0)\right)^3=O_3$	**2p**
	$\left(A(2)-A(0)\right)^{2010}=O_3$	**1p**

b)	$A(x)A(y)=\begin{pmatrix}1 & -2x-2y & 4y^2+8xy+4x^2\\ 0 & 1 & -4x-4y\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$	**3p**
	Finalizare	**2p**
c)	$\det\left(A(x)\right)=1\neq 0$, deci matricea este inversabilă	**1p**
	$A(x)A(-x)=A(0)=I_3$	**2p**
	$A^{-1}(x)=A(-x)=\begin{pmatrix}1 & 2x & 4x^2\\ 0 & 1 & 4x\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$	**2p**
2.a)	$x*\frac{1}{2}=\frac{1}{2}*x=x, \forall x\in G$	**1p**
	Verificare	**3p**
	Legea "$*$" are element neutru $e=\frac{1}{2}$	**1p**
b)	Orice element din G este simetrizabil şi $x'=1-x$	**3p**
	$0<x'<1$, deci $x'\in G$	**2p**
c)	Justificarea faptului că funcția f este bijectivă	**2p**
	$f(x*y)=\frac{1}{x*y}-1=\frac{(x-1)(y-1)}{xy}$	**2p**
	$f(x)f(y)=\left(\frac{1}{x}-1\right)\left(\frac{1}{y}-1\right)=\frac{(x-1)(y-1)}{xy}=f(x*y)$	**1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to 5}\frac{f(x)-f(5)}{x-5}=$	**2p**
	$=\lim\limits_{x\to 5}(x-2)(x-3)(x-4)=$	**2p**
	$=6$	**1p**
b)	$\frac{f(n+1)-1}{f(n)-1}=\frac{n-1}{n-5}$	**1p**
	$\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{f(n+1)-1}{f(n)-1}\right)^n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{n-1}{n-5}\right)^n=$	**1p**
	$=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\frac{4}{n-5}\right)^n=$	**1p**
	$=e^4$	**2p**
c)	$f(2)=1,\ f(3)=1,\ f(4)=1,\ f(5)=1$	**1p**
	f continuă pe intervalele $[2,3], [3,4], [4,5]$	**1p**
	f derivabilă pe intervalele $(2,3), (3,4), (4,5)$	**1p**
	Din teorema lui Rolle şi din faptul că f' este de gradul trei rezultă că $f'(x)=0$ are exact trei soluții reale distincte	**2p**
2.a)	$I_0=\int_0^1\frac{1-x}{x^2+1}dx=$	**1p**

	$\int_0^1 \frac{1}{x^2+1}dx = arctgx\Big\vert_0^1 = \frac{\pi}{4}$	**1p**
	$\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx = \frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)\Big\vert_0^1 = \frac{\ln 2}{2}$	**2p**
	$I_0 = \frac{\pi}{4} - \frac{\ln 2}{2}$	**1p**
b)	$I_2 - I_0 = \int_0^1 \frac{\left(x^2+x+1\right)^2 - 1}{x^2+1}dx =$	**1p**
	$= \int_0^1 \left(x^2+2x+2\right)dx - \int_0^1 \frac{2}{x^2+1}dx =$	**1p**
	$= \frac{10}{3} - 2\int_0^1 \frac{dx}{x^2+1} =$	**1p**
	$= \frac{10}{3} - \frac{\pi}{2} \notin \mathbb{Q}$	**2p**
c)	X^2+1 divide $\left(X^2+X+1\right)^{4n+1} - X$	**2p**
	$\frac{\left(x^2+x+1\right)^{4n+1} - x}{x^2+1} = g(x)$, unde $g \in \mathbb{Z}[X]$	**1p**
	$\int_0^1 g(x)dx \in \mathbb{Q}$	**2p**