1. In piramida patrulateră regulată $VABCD$ se dau muchia $VA = 5$ şi diagonala bazei $AC = 8$. Calculaţi distanţa de la vârful V al piramidei la planul bazei.

   a) 3; b) 4; c) 5; d) 6; e) 7; f) 8.

   Soluţie. Dacă O este piciorul înălţimii în planul $ABCD$, atunci $OA = AC/2 = 4$. Aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul VOA, rezultă $VO = \sqrt{VA^2 - OA^2} = 3$.

2. Intr-un con circular drept unghiul format de o generatoare cu planul bazei este de $45°$. Raza bazei fiind $R = 3$ să se calculeze aria laterală a conului

   a) $9\pi\sqrt{2}$; b) 9π; c) π; d) $9\pi\sqrt{3}$; e) π^2; f) 3π.

   Soluţie. Generatoarea are lungimea $R\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$, deci aria laterală este $\pi RG = 9\pi\sqrt{2}$.

3. In sistemul cartezian $Oxyz$ se consideră planul de ecuaţie $x+y+z-3 = 0$ şi dreapta de ecuaţii $x = y = z$. Coordonatele punctului de intersecţie dintre dreaptă şi plan sunt

   a) $(1\,,\,1\,,\,1)$; b) $(0\,,\,0\,,\,0)$; c) $(1\,,\,2\,,\,3)$; d) $(2\,,\,3\,,\,1)$; e) $(2\,,\,2\,,\,2)$; f) $(-1, -1, -1)$.

   Soluţie. Rezolvând sistemul $\begin{cases} x+y+z-3=0 \\ x=y=z \end{cases}$ rezultă $x = y = z = 1$, deci punctul de intersecţie are coordonatele $(1, 1, 1)$.

4. Aria triunghiului, din planul xOy, determinat de punctele $O(0, 0)$, $A(4, 0)$ şi $B(0, -3)$ este

   a) 6; b) 12; c) 7; d) 5; e) 4; f) 3.

   Soluţie. Aria $\triangle OAB$ este $|\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \end{vmatrix}| = |\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -3 \end{vmatrix}| = 6$.

5. In planul xOy se dau punctele $A(4, 0)$ şi $B(2, 2)$. Punctele A, B şi C sunt coliniare pentru C de coordonate

   a) $(0\,,\,4)$; b) $(0\,,\,-4)$; c) $(0\,,\,0)$; d) $(-2\,,\,2)$; e) $(2\,,\,-2)$; f) $(0\,,\,-1)$.

   Soluţie. Punctele A,B si $C(\alpha, \beta)$ sunt colineare dacă $\begin{vmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ \alpha & \beta & 1 \end{vmatrix} = 0$, deci dacă $-2\beta - 2\alpha + 8 = 0$. Singurul punct care satisface egalitatea este $C(0, 4)$.

6. Numărul soluţiilor ecuaţiei $\sin x - \cos x = 0$ situate în intervalul $[0\,,\,2\pi]$ este

   a) 2; b) 1; c) 3; d) 4; e) 0; f) o infinitate.

   Soluţie. Se observă că ecuaţia $\cos x = 0$ admite drept soluţii $\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\} \subset [0, 2\pi]$, care însă nu satisfac ecuaţia din enunţ. Deci $\cos x \neq 0$. Împărţind prin $\cos x$ ecuaţia dată, rezultă $\operatorname{tg} x = 1$, deci soluţiile sunt $x \in \{\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\} \subset [0, 2\pi]$, deci ecuaţia admite două soluţii în intervalul $[0, 2\pi]$.

7. Pentru numărul complex $z = 1 + \mathrm{i}$, numărul z^2 este

   a) $2\mathrm{i}$; b) $-\mathrm{i}$; c) 1; d) 0; e) -1; f) $1 - \mathrm{i}$.

   Soluţie. Avem $z^2 = (1+i)^2 = 1 + 2i - 1 = 2i$.

8. Modulul numărului complex $z = \cos\dfrac{\pi}{3} + \mathrm{i}\sin\dfrac{\pi}{3}$ este

   a) 1; b) 2; c) $\sqrt{2}$; d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; e) 3; f) 0.

   Soluţie. Avem $|z| = \sqrt{\cos^2\frac{\pi}{3} + \sin^2\frac{\pi}{3}} = 1$.

9. Ecuaţia trigonometrică $\sin^2 x = 1$ are în intervalul $[\pi\,,\,2\pi]$ soluţia

   a) $\{\frac{3\pi}{2}\}$; b) $\{\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\}$; c) $\{\pi\}$; d) $\{\pi\,,2\pi\}$; e) $\{\frac{7\pi}{4}\}$; f) $\{-\frac{\pi}{2}\}$.

   Soluţie. Avem $\sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin x \in \{\pm 1\}$. Dar $x \in [\pi, 2\pi]$, deci $x = \frac{3\pi}{2}$.

10. In triunghiul ABC se dau : $\hat{A} = 45°$, $AC = \sqrt{2}$ şi $AB = 1$. Atunci latura BC are lungimea

a) 1; b) 2; c) 3; d) $\sqrt{3-\sqrt{2}}$; e) $3+\sqrt{6}$; f) $3-\sqrt{2}$.

Soluţie. Aplicând teorema cosinusului, obţinem $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 45° \Leftrightarrow BC^2 = 1 \Rightarrow BC = 1$.

11. In triunghiul ABC se dau $\hat{C} = 30°$ şi înălţimea $AD = 2$. (D se află pe dreapta BC.) Atunci latura AC are lungimea

a) 4; b) 2; c) 3; d) 5; e) $\sqrt{3}$; f) 1.

Soluţie. Avem $AC = AD/\sin\hat{C} = \frac{2}{1/2} = 4$.

12. Produsul scalar al vectorilor $\bar{u} = \bar{i} - 3\bar{j} + 4\bar{k}$ şi $\bar{v} = 2\bar{i} - \bar{j} - \bar{k}$ este

a) 1; b) 2; c) 3; d) 4; e) 5; f) -1.

Soluţie. Avem $\bar{u} \cdot \bar{v} = 1 \cdot 2 + (-3) \cdot (-1) + 4 \cdot (-1) = 2 + 3 - 4 = 1$.

13. Modulul (norma, lungimea) vectorului $\bar{v} = 2\bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}$ este

a) 3; b) 5; c) -3; d) 4; e) 6; f) 0.

Soluţie. Obţinem $|\bar{v}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = 3$.

14. Un cerc care conţine punctul $M(3\,,\,4)$ are ecuaţia

a) $x^2 + y^2 - 25 = 0$; b) $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 3 = 0$; c) $x^2 + y^2 - 7 = 0$;
d) $x^2 + y^2 - x = 0$; e) $x^2 + y^2 - y = 0$; f) $x^2 + y^2 - 1 = 0$.

Soluţie. Se observă că singura ecuaţie verificată de punctul $(3, 4)$ este $x^2 + y^2 - 25 = 0$.

15. Suma semiaxelor elipsei de ecuaţie $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ este

a) 5; b) 1; c) 2; d) 12; e) 4; f) 9.

Soluţie. Avem $a^2 = 4, a > 0 \Rightarrow a = 2$ şi $b^2 = 9, b > 0 \Rightarrow b = 3$, deci suma semiaxelor este $a+b = 2+3 = 5$.

16. Se dau vectorii $\bar{u} = \bar{i} + 3\bar{j}$, $\bar{v} = 6\bar{i} - 4\bar{j}$, $\bar{w} = 5\bar{i} - \bar{j}$. Să se calculeze vectorul $\bar{s} = \bar{u} + \bar{v} - \bar{w}$.

a) $\bar{s} = 2\bar{i}$; b) $\bar{s} = \bar{0}$; c) $\bar{s} = 12\bar{i} - 2\bar{j}$; d) $\bar{s} = 10\bar{i} - 8\bar{j}$; e) $\bar{s} = 3\bar{j}$; f) $\bar{s} = -\bar{i} - \bar{j}$.

Soluţie. Avem $\bar{u} + \bar{v} - \bar{w} = \bar{i} + 3\bar{j} + 6\bar{i} - 4\bar{j} - 5\bar{i} + \bar{j} = 2\bar{i}$.

17. Fiecare din diagonalele feţelor unui cub are lungimea $2\sqrt{2}$. Atunci volumul cubului este

a) 8; b) $16\sqrt{2}$; c) $8\sqrt{2}$; d) 4; e) 10; f) 6.

Soluţie. Latura cubului este $2\sqrt{2}/\sqrt{2} = 2$, deci volumul cubului este $2^3 = 8$.

18. Dreapta, din planul xOy, de ecuaţie $x + y - 3 = 0$ conţine punctul A de coordonate

a) $(2\,,\,1)$; b) $(2\,,\,-1)$; c) $(-2\,,\,1)$; d) $(-2\,,\,-1)$; e) $(2\,,\,2)$; f) $(2\,,\,-2)$.

Soluţie. Singurul punct care satisface condiţia $x + y - 3 = 0$ are coordonatele $(2, 1)$.