1. Să se calculeze $(1+\mathrm{i})^2$. **(5 pct.)**

   a) i; b) 1; c) 4i; d) 0; e) $-2+\mathrm{i}$; f) 2i.

   Soluţie. Ridicând la pătrat şi folosind proprietatea $i^2=-1$, obţinem $(1+i)^2=1+2i+i^2=2i$.

2. Să se determine valoarea parametrului real m pentru care $x=2$ este soluţie a ecuaţiei $x^3+mx^2-2=0$. **(5 pct.)**

   a) 1; b) $\frac{1}{2}$; c) 3; d) $\frac{3}{4}$; e) $\frac{5}{2}$; f) $-\frac{3}{2}$.

   Soluţie. Înlocuind soluţia $x=2$ în ecuaţie, obţinem: $8+4m-2=0 \Leftrightarrow 4m=-6 \Leftrightarrow m=-3/2$.

3. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât funcţia $f(x)=\begin{cases} x+2m, & x\leq 0\\ m^2x+4, & x>0\end{cases}$ să fie continuă pe $\mathbb{R}$. **(5 pct.)**

   a) $m=2$; b) $m=0$; c) $m=-2$; d) $m=1$; e) $m\in\mathbb{R}$; f) $m=-3$.

   Soluţie. Avem $f_s(0)=\lim\limits_{x\nearrow 0}(x+2m)=2m$, $f(0)=x+2m|_{x=0}=2m$, $f_d(0)=\lim\limits_{x\searrow 0}(m^2x+4)=4$. Funcţia f este continuă în $x=0$ dacă şi numai dacă $f_s(0)=f(0)=f_d(0)$, deci $2m=4\Leftrightarrow m=2$. Cum f este continuă pe $\mathbb{R}\backslash\{0\}$, fiind compunere de funcţii polinomiale continue, rezultă că f este continuă pe $\mathbb{R}$ dacă şi numai dacă $m=2$.

4. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\backslash\{0\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x-1}{x}$. Să se calculeze $f'(2)$. **(5 pct.)**

   a) $\frac{1}{8}$; b) $-\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\frac{2}{3}$; e) 0; f) 2.

   Soluţie. Derivând, avem $f'(x)=(\frac{x-1}{x})'=(1-\frac{1}{x})'=-(-\frac{1}{x^2})=\frac{1}{x^2}$, deci $f'(2)=\frac{1}{4}$.

5. Soluţia ecuaţiei $\sqrt[3]{x-1}=-1$ este: **(5 pct.)**

   a) -3; b) 0; c) 3; d) -1; e) Ecuaţia nu are soluţii; f) 1.

   Soluţie. Ridicând la puterea a treia, rezultă $(x-1)=(-1)^3\Leftrightarrow x-1=-1\Leftrightarrow x=0$.

6. Fie ecuaţia $x^2-mx+1=0$, $m\in\mathbb{R}$. Să se determine valorile lui m pentru care ecuaţia are două soluţii reale şi distincte. **(5 pct.)**

   a) $\varnothing$; b) $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$; c) $(0,\infty)$; d) $\mathbb{R}$; e) $(-\infty,0)$; f) $(-\infty,-1)\cup(2,\infty)$.

   Soluţie. Condiţia $\Delta>0$ se rescrie $(-m)^2-4\cdot 1>0\Leftrightarrow m^2-4>0\Leftrightarrow m\in(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$.

7. Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $x^2-5x+4=0$ este: **(5 pct.)**

   a) $\varnothing$; b) $\{-1,\ 1\}$; c) $\{1,\ 4\}$; d) $\{0,\ -3\}$; e) $\{-1,\ 4\}$; f) $\{0,\ 3\}$.

   Soluţie. Rădăcinile ecuaţiei de gradul doi sunt $x_{1,2}=\dfrac{5\pm\sqrt{25-4\cdot 4}}{2}=\dfrac{5\pm 3}{2}\in\{1,4\}$.

8. Soluţia ecuaţiei $2^{x+1}=16$ este: **(5 pct.)**

   a) 3; b) 2; c) 0; d) -2; e) -1; f) 1.

   Soluţie. Ecuaţia se rescrie $2^{x+1}=2^4$, deci $x+1=4\Leftrightarrow x=3$.

9. Valoarea determinantului $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 2\\ 1 & 1 & 0\end{vmatrix}$ este: **(5 pct.)**

   a) 4; b) -6; c) -2; d) 0; e) 2; f) 5.

   Soluţie. Dezvoltând după linia a doua a determinantului, obţinem: $-2\begin{vmatrix} 2 & -1\\ 1 & 1\end{vmatrix}=-2\cdot(2+1)=-6$.

10. Să se determine funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + ax + b$ astfel încât $f(0) = 1$, $f(1) = 0$. **(5 pct.)**

a) $x^2 + 4x + 5$; b) $x^2 - 1$; c) $x^2 + 1$; d) $x^2 - 2x + 1$; e) $x^2 + x + 1$; f) $x^2 - 3x$.

Soluţie. Impunând cele două condiţii, rezultă:

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0^2 + a \cdot 0 + b = 1 \\ 1^2 + a \cdot 1 + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a + b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^2 - 2x + 1.$$

11. Să se rezolve inecuaţia $x + 2 < 4 - x$. **(5 pct.)**

a) $x \in (0,1) \cup (1,\infty)$; b) $x \in (0,\infty)$; c) $x \in (-\infty,1)$; d) $x \in (-1,1)$; e) $x \in (1,\infty)$; f) $\varnothing$.

Soluţie. Regrupând termenii, avem $2x < 2 \Leftrightarrow x < 1 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1)$.

12. Valoarea integralei $\int\limits_0^1 \left(6x^2 + 2x\right) dx$ este: **(5 pct.)**

a) $\frac{1}{2}$; b) -2; c) 0; d) $\frac{1}{3}$; e) 3; f) 4.

Soluţie. Integrăm, $\int_0^1 (6x^2 + 2x)dx = \left(6\dfrac{x^3}{3} + 2\dfrac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1 = \left(2x^3 + x^2\right)\big|_0^1 = (2+1) - (0+0) = 3.$

13. Câte puncte de extrem local are funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x^2$? **(5 pct.)**

a) Şase; b) Patru; c) Unul; d) Trei; e) Niciunul; f) Două.

Soluţie. Derivata funcţiei f este $f'(x) = 3x^2 - 6x$. Anularea acesteia conduce la ecuaţia $3x(x-2) = 0$, care are două rădăcini. Tabelul de variaţie al funcţiei f este următorul

x	$-\infty$		0		2		∞
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$\nearrow$

deci f admite *două* puncte de extrem local: punctul de maxim $(0,0)$ şi punctul de minim $(2,-4)$.

14. Fie $l = \lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2+x-2}{x-1}$. Atunci: **(5 pct.)**

a) $l = 1$; b) $l = 5$; c) $l = 0$; d) $l = 3$; e) $l = 2$; f) $l = -1$.

Soluţie. Simplificând fracţia prin $x - 1$, limita se rescrie $l = \lim\limits_{x\to 1}(x+2) = 3$.

15. Să se calculeze $x + \frac{2}{x}$ pentru $x = -\frac{1}{2}$. **(5 pct.)**

a) $\frac{5}{2}$; b) 3; c) $-\frac{7}{2}$; d) 4; e) $\frac{9}{2}$; f) $-\frac{9}{2}$.

Soluţie. Se obţine $-\frac{1}{2} + \frac{2}{-1/2} = -\frac{1}{2} - 4 = -\frac{9}{2}$.

16. Fie sistemul de ecuaţii $\begin{cases} mx + y = 1 \\ 4x - 2y = -1 \end{cases}$, $m \in \mathbb{R}$. Pentru ce valori ale lui m sistemul are soluţie unică? **(5 pct.)**

a) $m \in \mathbb{R}$; b) $m \in (-\infty, -2]$; c) $m \in (-3,3)$; d) $m \in [-5,5]$; e) $m \in \mathbb{R}\backslash\{-2\}$; f) $m \in (-3,1)$.

Soluţie. Condiţia de neanulare a determinantului format din coeficienţii necunoscutelor, conduce la $\begin{vmatrix} m & 1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow -2m - 4 = 0 \Leftrightarrow m \neq -2 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}\backslash\{-2\}$.

17. Să se scrie în ordine crescătoare numerele $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\frac{\pi}{2}$. **(5 pct.)**

a) $\sqrt{2}, \frac{\pi}{2}, \sqrt{3}$; b) $\sqrt{3}, \sqrt{2}, \frac{\pi}{2}$; c) $\frac{\pi}{2}, \sqrt{3}, \sqrt{2}$; d) $\sqrt{3}, \frac{\pi}{2}, \sqrt{2}$; e) $\frac{\pi}{2}, \sqrt{2}, \sqrt{3}$; f) $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{\pi}{2}$.

Soluţie. Aproximând, obţinem $\sqrt{2} \sim 1,41 < 1,5 < \pi \sim \frac{3,14}{2} = 1.57 < 1,7 < \sqrt{3} \sim 1,71$, deci $\sqrt{2} < \pi/2 < \sqrt{7}$.

18. Fie polinomul $P(X) = X^3 - 3X^2 + 2X$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3. Să se calculeze $E = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$. **(5 pct.)**

a) $E = 1$; b) $E = -2$; c) $E = 3$; d) $E = 5$; e) $E = 0$; f) $E = -4$.

Soluţie. Avem $E = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1)$. Din relaţiile Viète, avem $x_1 + x_2 + x_3 = 3$ şi $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = 2$, deci $E = 3^2 - 2 \cdot 2 = 5$. *Altfel.* Deoarece suma coeficienţilor polinomului se anulează, o rădăcină a acestuia este $x_1 = 1$. Împărţind prin $x - 1$, se obţine câtul $x^2 - 2x$, ale cărui rădăcini sunt $x_2 = 0$, $x_3 = 2$, deci $E = 1^2 + 0^2 + 2^2 = 5$.